

Circuitos Digitais

Prof. Esp. Pedro Luís Antonelli
Anhanguera Educacional



OBJETIVOS DA AULA :

- Conhecer aos Axiomas e Teoremas da Álgebra de Boole;



Álgebra Booleana é uma técnica matemática usada quando consideramos problemas de natureza lógica. Em 1847, um matemático inglês chamado George Boole, desenvolveu as leis básicas e regras matemáticas que poderiam ser aplicadas em problemas de lógica dedutiva.

Até 1938, estas técnicas se limitaram a serem usadas no campo matemático. Nesta época, Claude Shannon, um cientista do Bell Laboratories, percebeu a utilidade de tal álgebra quando aplicada no equacionamento e análise de redes de multicontatos.

Com o desenvolvimento dos computadores, o uso da álgebra de Boole no campo da eletrônica cresceu, de modo que ela é hoje ferramenta fundamental, para engenheiros e matemáticos no desenvolvimento de projetos lógicos.

A **Álgebra Booleana** é baseada em alguns **Axiomas** (**Postulados**) e **Teoremas**.

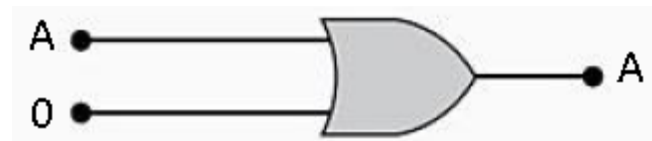


Axioma da identidade: Este axioma define a existência de dois elementos identidade (elementos neutros):

$$A \cdot 1 = A$$

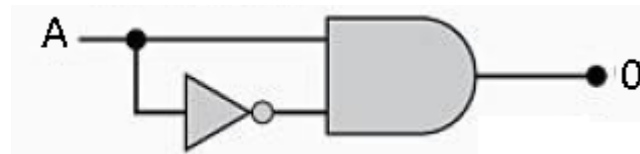


$$A + 0 = A$$

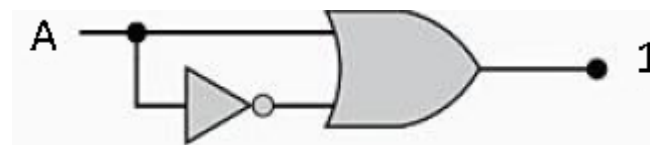


Axioma do complemento:

$$A \cdot \overline{A} = 0$$

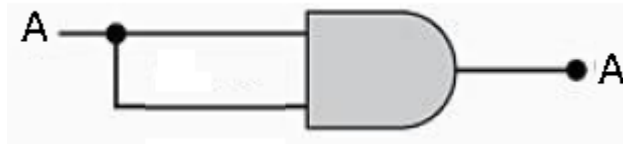


$$A + \overline{A} = 1$$

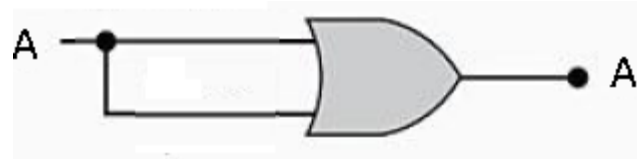


Teorema da idempotência:

$$A \cdot \overline{A} = A$$

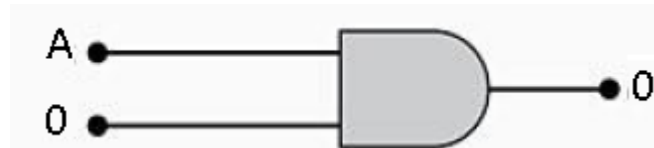


$$A + \overline{A} = A$$



Teorema dos elementos absorventes:

$$A \cdot 0 = 0$$



$$A + 1 = 1$$

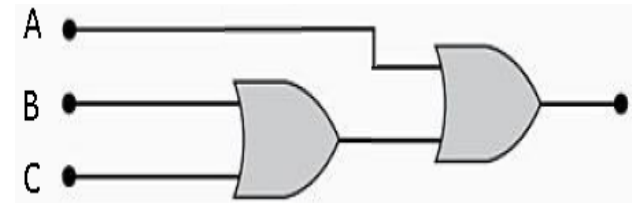
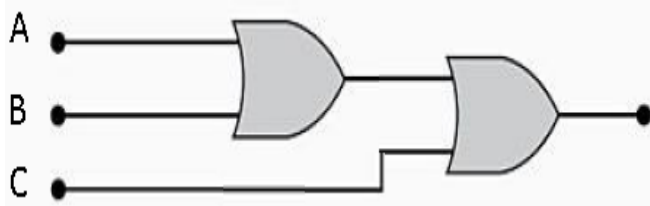


Teorema da associatividade:

$$(A + B) + C$$

=

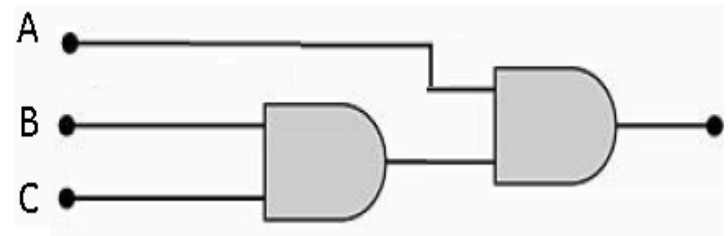
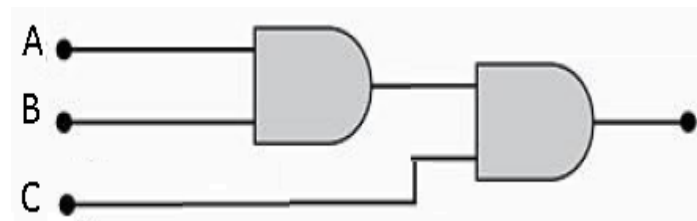
$$A + (B + C)$$



$$(A \cdot B) \cdot C$$

=

$$A \cdot (B \cdot C)$$

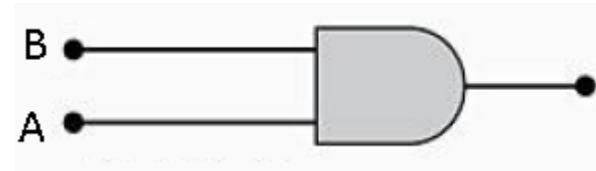
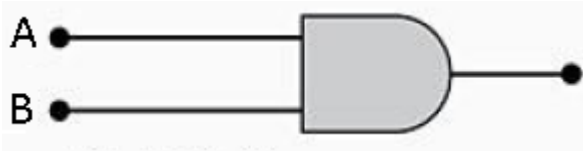


Axioma da comutatividade:

$A \cdot B$

=

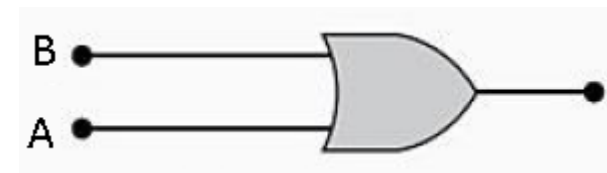
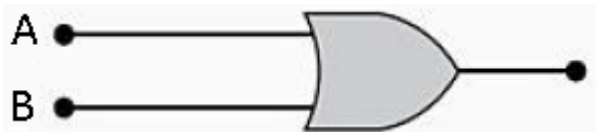
$B \cdot A$



$A + B$

=

$B + A$

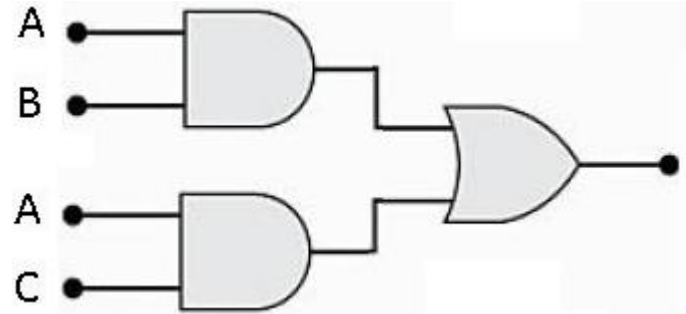
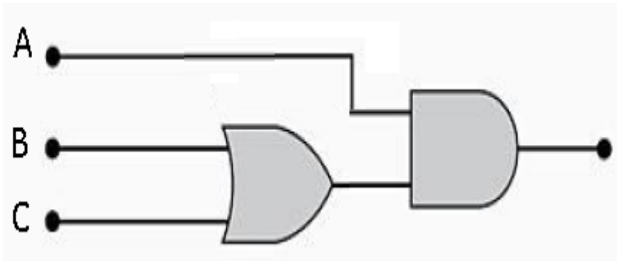


Axioma da distributividade:

$$A \cdot (B + C)$$

=

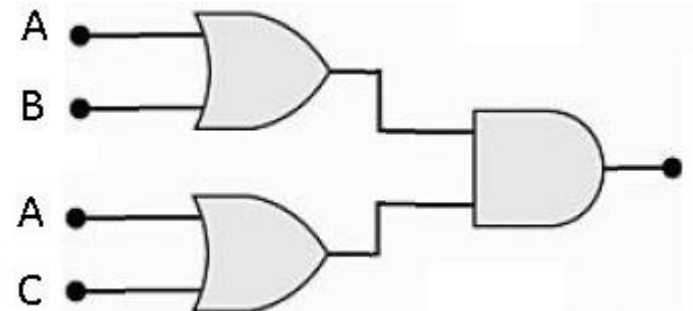
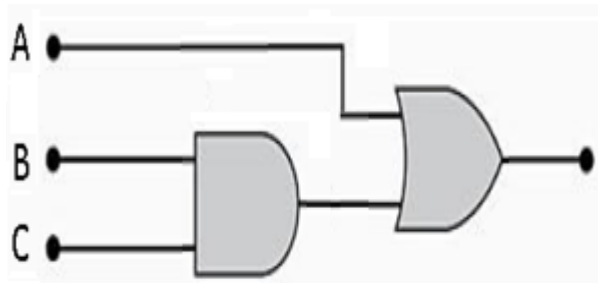
$$(A \cdot B) + (A \cdot C)$$



$$A + (B \cdot C)$$

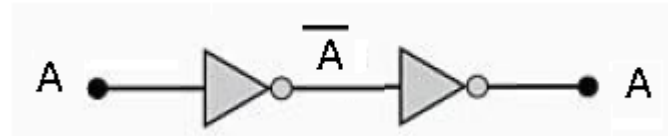
=

$$(A + B) \cdot (A + C)$$



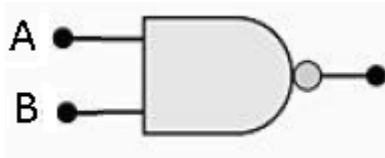
Teorema da involução:

$$\overline{\overline{A}} = A$$



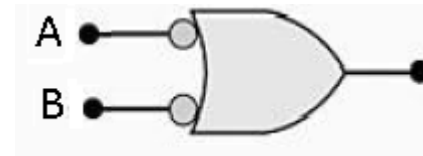
Leis de De Morgan:

$$\overline{A \cdot B}$$

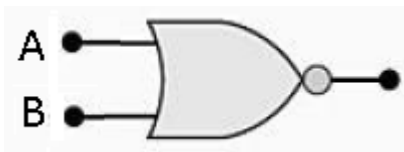


=

$$\overline{A} + \overline{B}$$

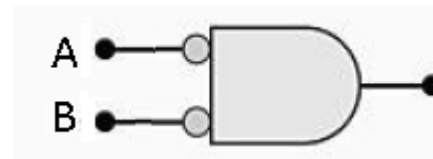


$$\overline{A + B}$$



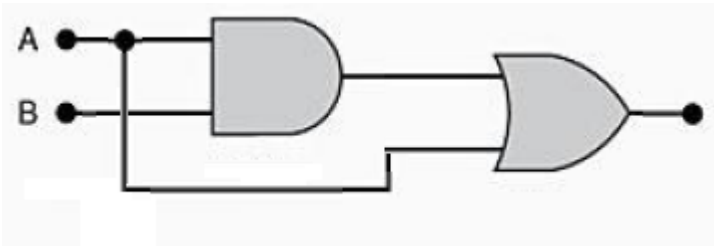
=

$$\overline{A} \cdot \overline{B}$$

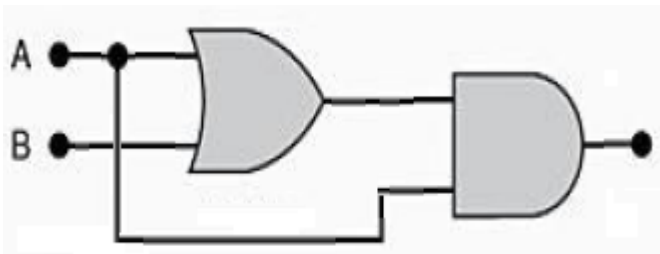


Teorema da absorção:

$$A + (A \cdot B) = A$$



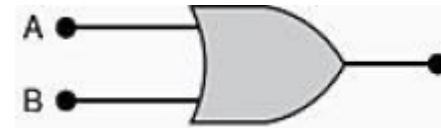
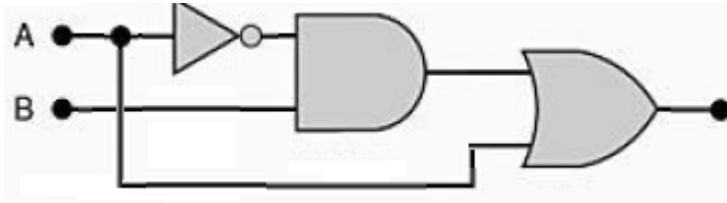
$$A \cdot (A + B) = A$$



Teorema da redundância:

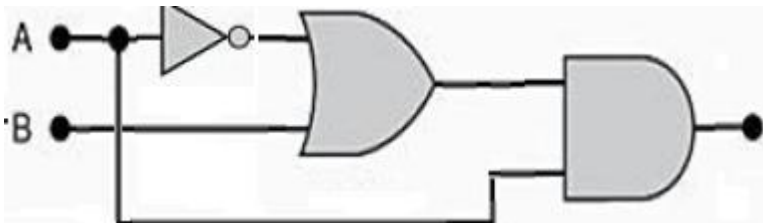
$$A + (\overline{A} \cdot B) =$$

$$A + B$$



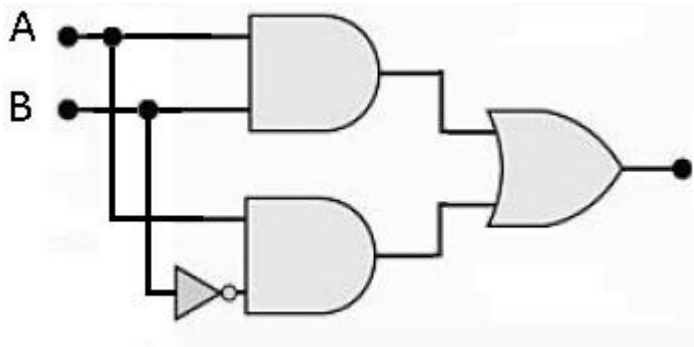
$$A \cdot (\overline{A} + B) =$$

$$A \cdot B$$



Teorema da adjacência:

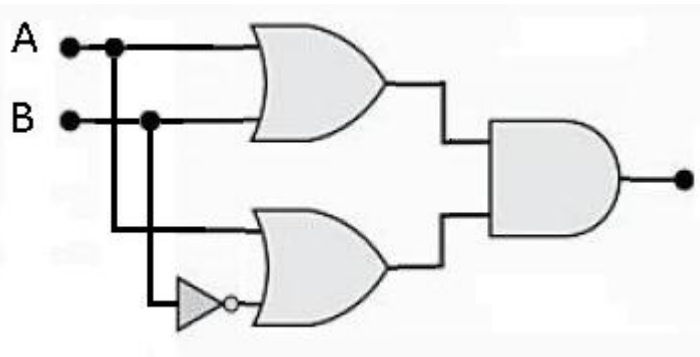
$$(A \cdot B) + (A \cdot \overline{B})$$



$$= A$$



$$(A + B) \cdot (A + \overline{B})$$



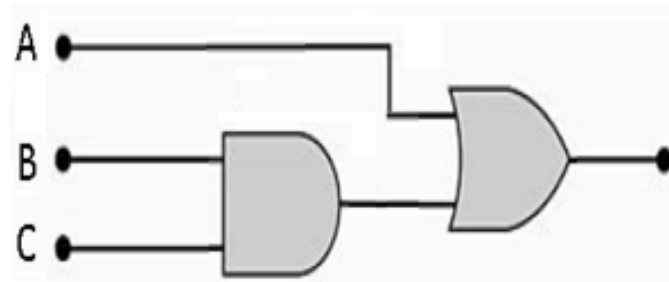
$$= A$$



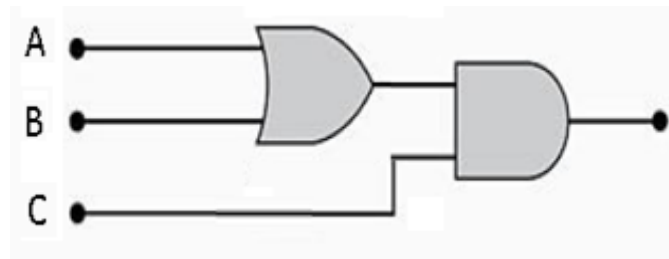
Precedência do Operador Lógico: Para evitar confusões em expressões lógicas, fica definido que a função **And** tem **prioridade** de avaliação sobre a função **Or**.

Exemplos:

$$A + B \cdot C$$

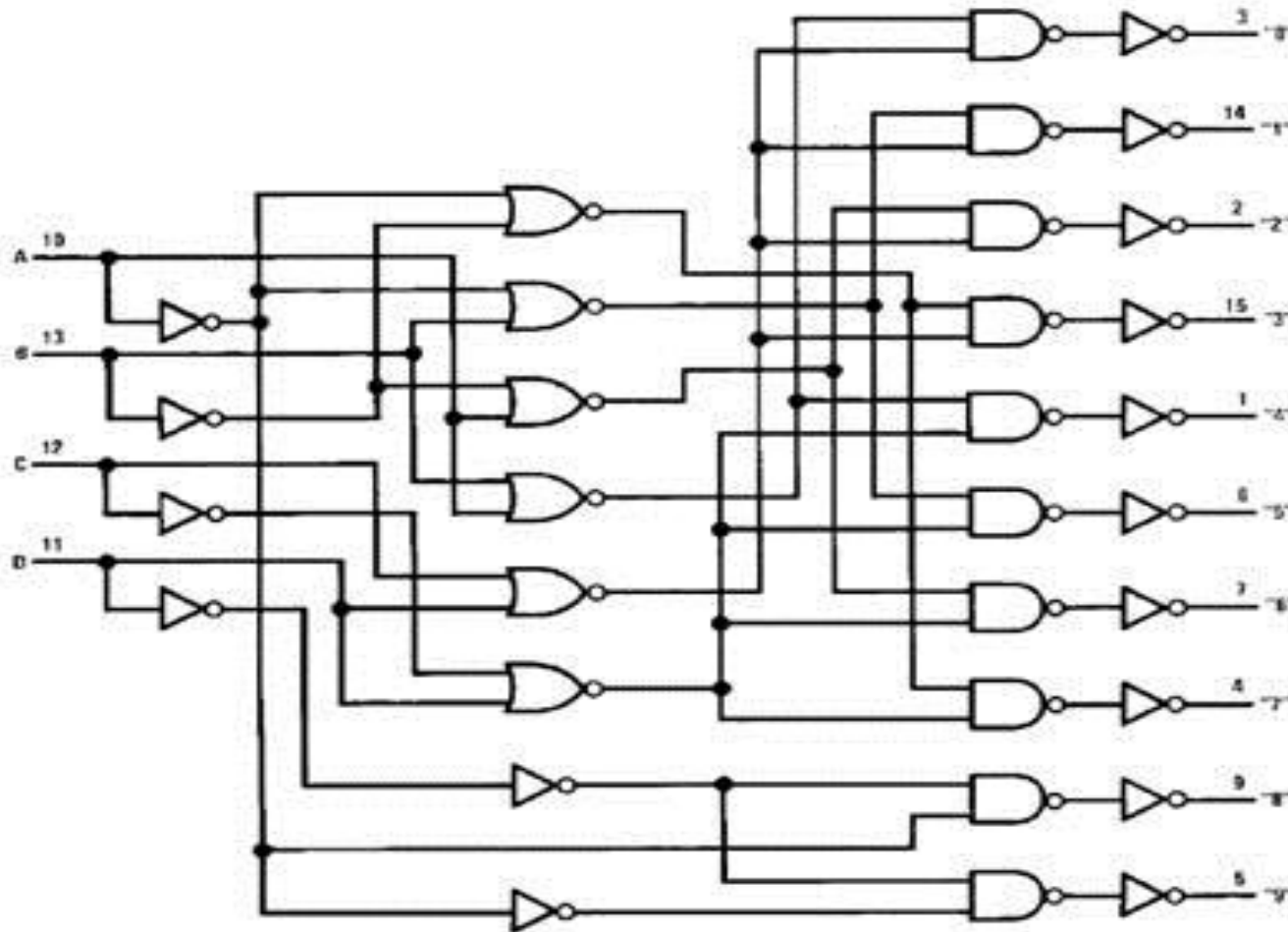


$$(A + B) \cdot C$$

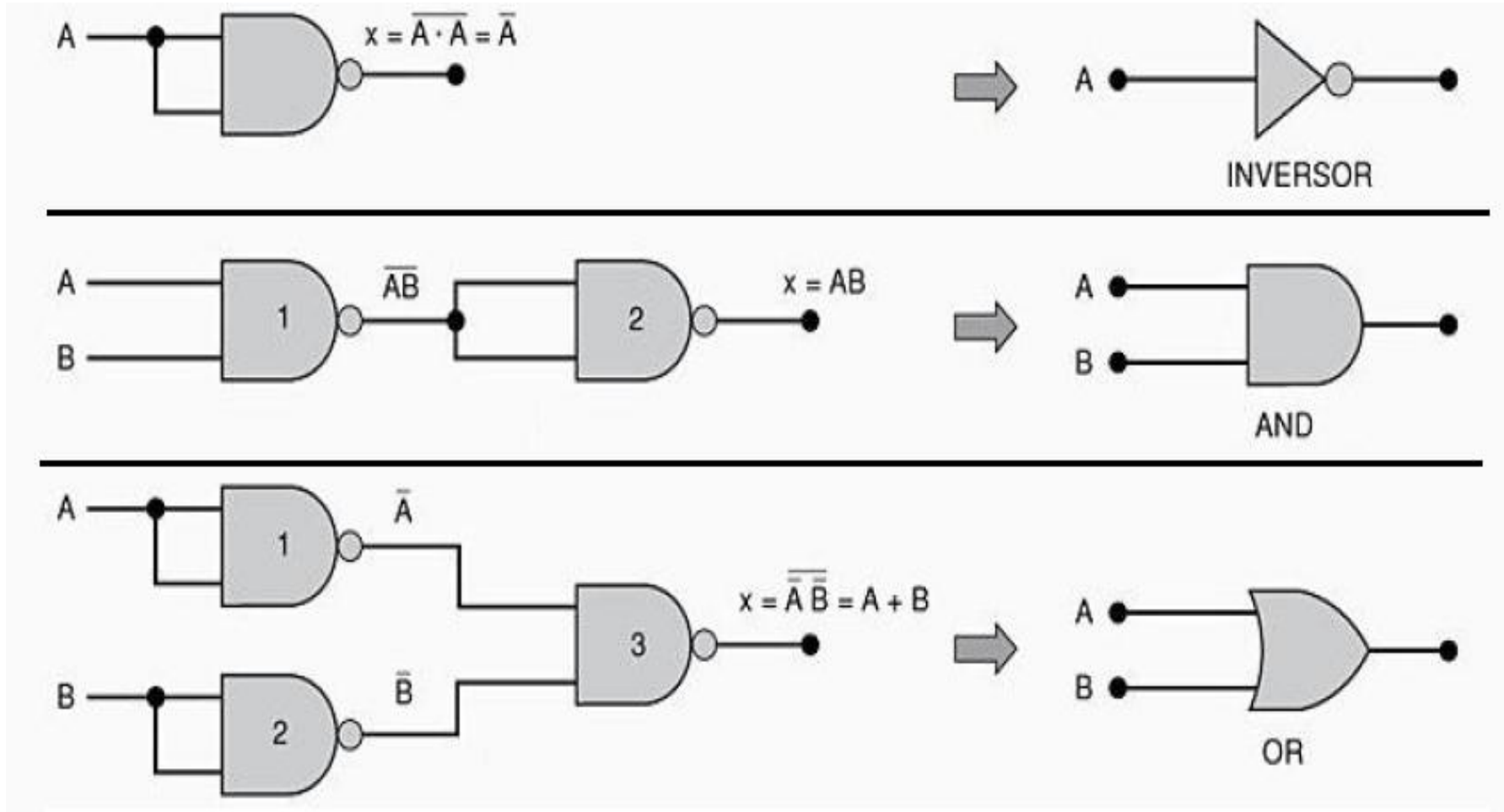


Álgebra de Boole

Qualquer circuito lógico, independente de sua complexidade, pode ser descrito utilizando-se as três operações lógicas básicas, representadas pelas portas **And**, **Or** e **Not**.

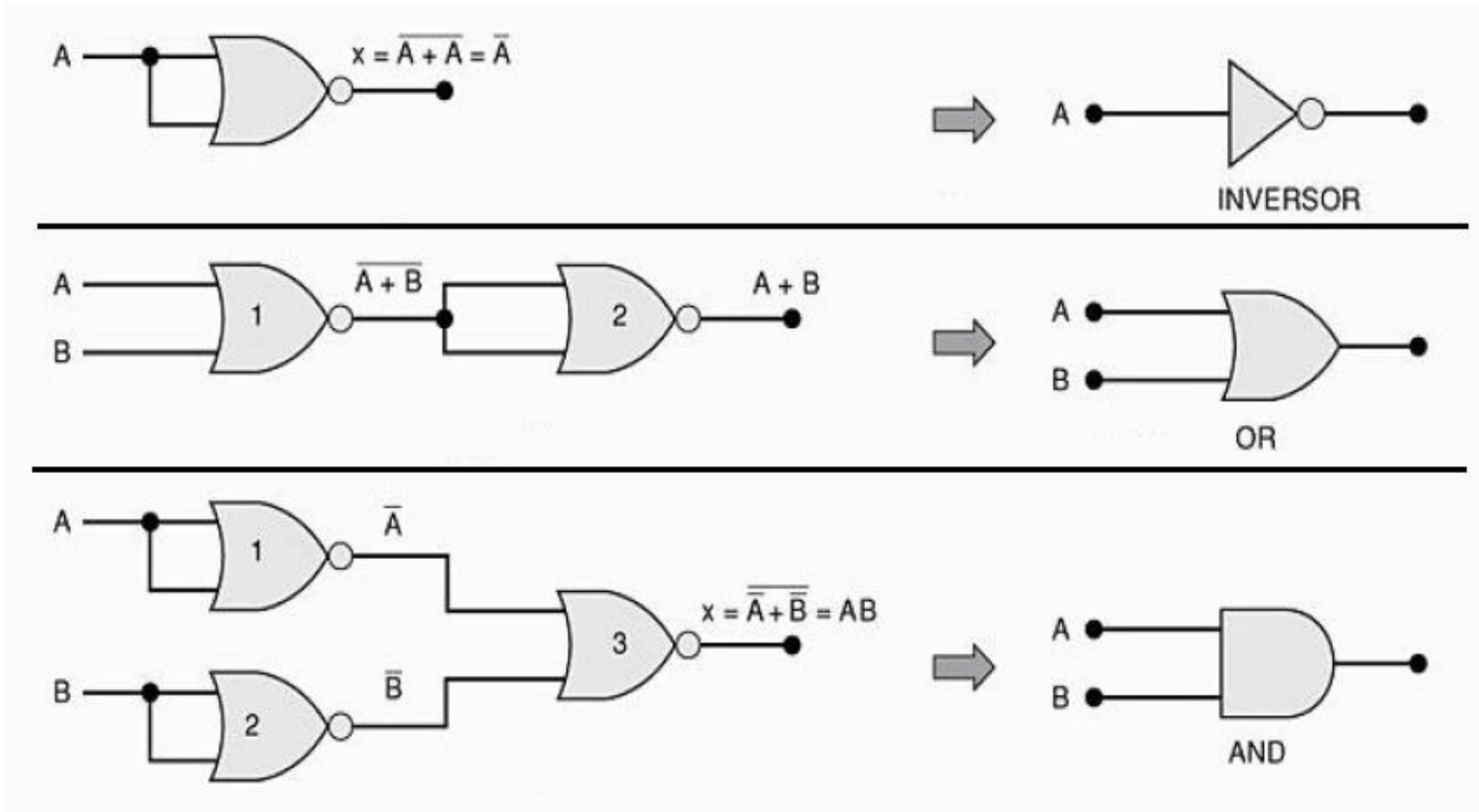


Universalidade das Portas Nand: É possível implementar qualquer função lógica utilizando-se apenas portas **Nand**.



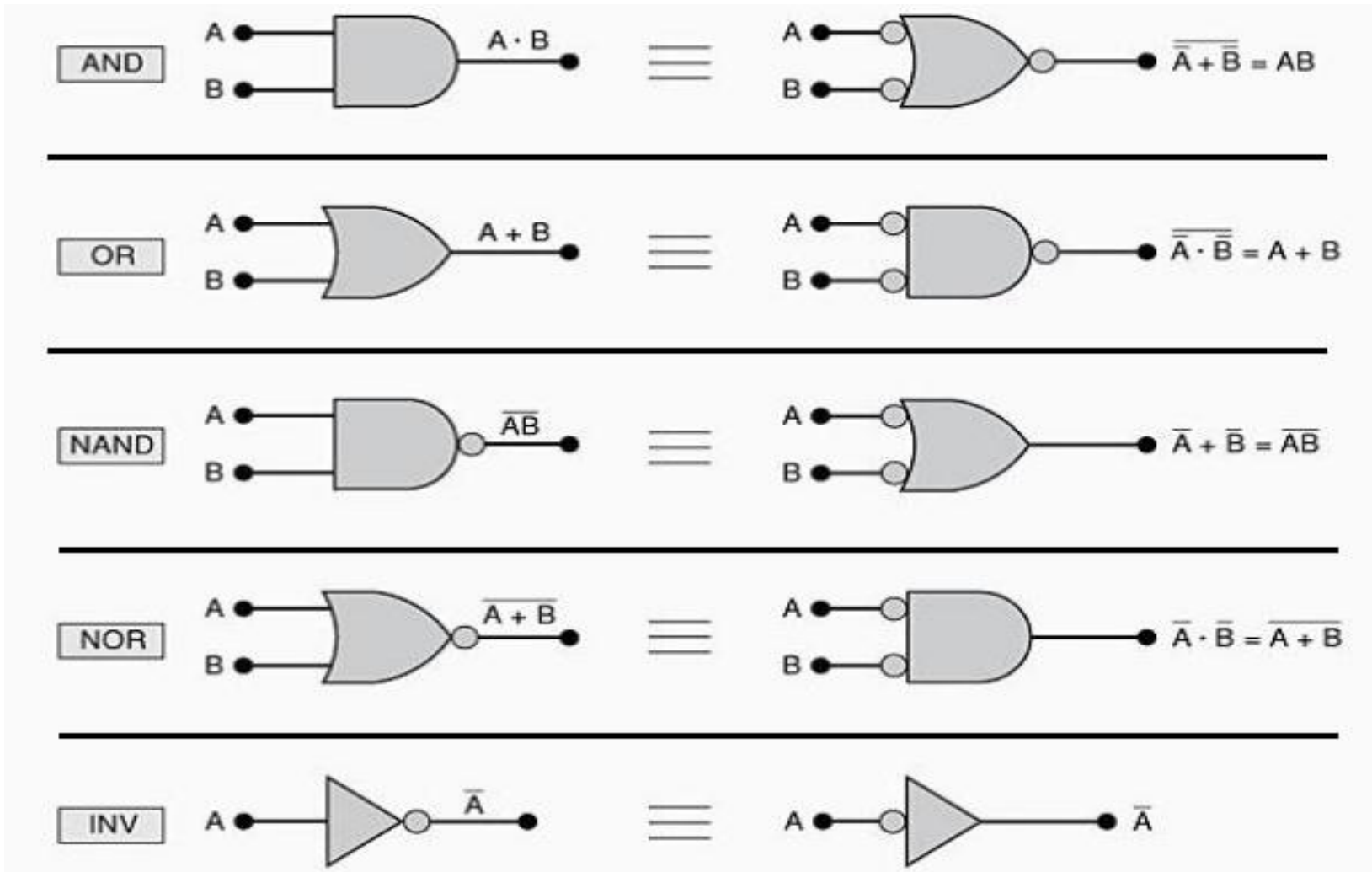
Tópicos adicionais

Universalidade das Portas Nor: É possível implementar qualquer função lógica utilizando-se apenas portas **Nor**.



Tópicos adicionais

Simbologia alternativa: É possível utilizar representações alternativas para várias portas lógicas.



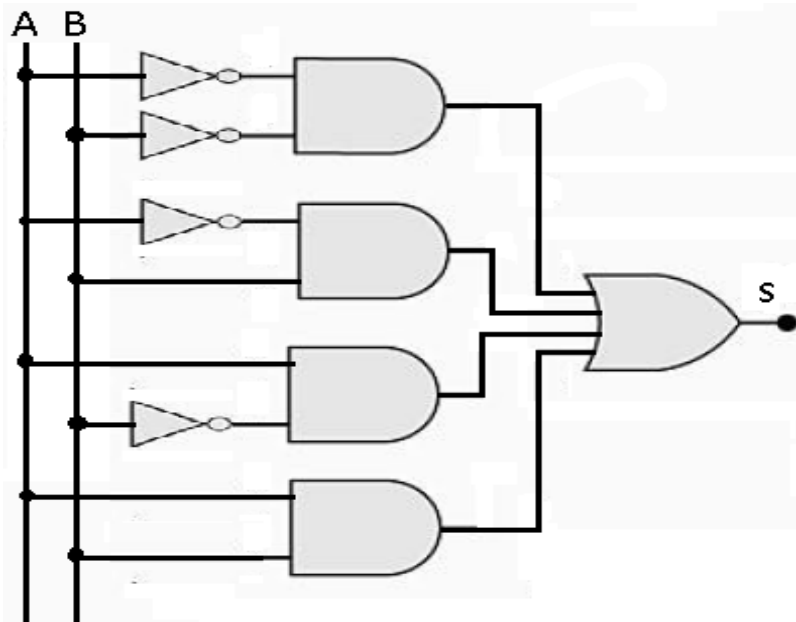
Álgebra Booleana - Simplificação

É possível utilizar os **axiomas** e **postulados** da **Álgebra Booleana** para a simplificação de expressões lógicas.

Por exemplo a expressão:

$$S = (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B}) + (A \cdot B)$$

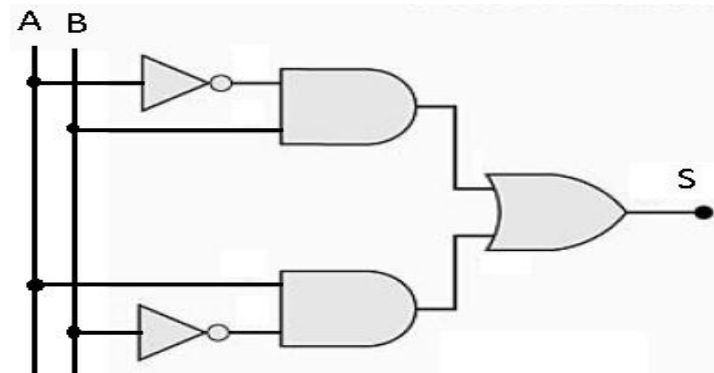
Que representa o circuito:



pode ser simplificado para:

$$S = (\bar{A} \cdot B) + (A \cdot \bar{B})$$

que representa o circuito:



BLOCOS LÓGICOS BÁSICOS








PORTA	Simbologia	Tabela da Verdade	Função Lógica	Expressão															
E AND		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1	1	Função E: Assume 1 quando todas as variáveis forem 1 e 0 nos outros casos.	$S=A \cdot B$
A	B	S																	
0	0	0																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	
OU OR		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	1	Função OU: Assume 0 quando todas as variáveis forem 0 e 1 nos outros casos.	$S=A+B$
A	B	S																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	1																	
NÃO NOT		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	S	0	1	1	0	Função NÃO: Inverte a variável aplicada à sua entrada.	$S=\overline{A}$									
A	S																		
0	1																		
1	0																		
NE NAND		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	Função NE: Inverso da função E.	$S=\overline{(A \cdot B)}$
A	B	S																	
0	0	1																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
NOU NOR		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	Função NOU: Inverso da função OU.	$S=\overline{(A+B)}$
A	B	S																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	0																	
OU EXCLUSIVO		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	Função OU Exclusivo: Assume 1 quando as variáveis assumirem valores diferentes entre si.	$S=A \oplus B$ $S=\overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$
A	B	S																	
0	0	0																	
0	1	1																	
1	0	1																	
1	1	0																	
COINCIDÊNCIA		<table border="1" style="margin: auto;"> <thead> <tr><th>A</th><th>B</th><th>S</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr> </tbody> </table>	A	B	S	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	1	Função Coincidência: Assume 1 quando houver coincidência entre os valores das variáveis.	$S=A \odot B$ $S=\overline{A} \cdot \overline{B} + A \cdot B$
A	B	S																	
0	0	1																	
0	1	0																	
1	0	0																	
1	1	1																	

Tabela comparativa das bases

Decimal	Binário	Octal	Hexadecimal
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

Bibliografia da apresentação

- 1) <http://leandrodriguesilva.wordpress.com/temas-sugeridos/tecnologias-de-acesso/05/08/2013>
- 2) IDOETA, Ivan; CAPUANO, Francisco. Elementos de Eletrônica Digital. 37ª ed. São Paulo: Erica, 2006
- 3) Ronald J. Tocci e Neal S. Widmer; Sistemas Digitais: Princípios e Aplicações, Pearson Prentice Hall, 2003.
- 4) <http://www.poli.br/~marcilio/Sistemas%20Digitais/1o%20Exercicio/Apostila%20completa%20de%20eletronica%20digital..pdf> acesso em 05/08/2013
- 5) <http://www.aprender eletrônica.com.br/img/portaslogicas.jpg> acesso em 18/08/2013
- 6) http://www.profesormolina.com./a///r/electronica/componentes/int/sist_comb/image032.jpg acesso em 18/06/2013

Bibliografia básica:

Idoeta, Ivan V.; Capuano, Francisco G.: **Elementos De Eletrônica Digital**. 40ª ed. São Paulo: Érica, 2015

Bibliografia Complementar:

WAGNER, Flávio R.; REIS, André I.; RIBAS, Renato P. **Fundamentos de Circuitos Digitais**. 1ª ed. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 2006.

CRUZ, Eduardo C. A. **Circuitos Digitais**. 9ª ed. São Paulo: Érica, 2007.

D'AMORE, Roberto. **VHDL: Descrição e Síntese de Circuitos Digitais**. 1ª ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 2005.

CRUZ, Eduardo C. A. **Circuitos digitais**. 1ª ed. São Paulo: Érica, 2007, v.1.

TOCCI, Ronald J.. **Sistemas Digitais : Princípios e Aplicações**. 10ª ed. São Paulo: Pearson - Prentice Hall, 2007



Material, comunicação e critérios de avaliação

Material para as aulas, listas de exercícios e outros materiais para estudo no site : www.pedraorc.com.br

Email para contato e entrega de trabalhos : cd_2016@pedraorc.com.br

Composição da nota da P1 (40%):

Nota de Prova x 0,7 + Nota dos exercícios x 0,3 + exercícios extras

Critérios da avaliação P2 (60%):

Nota de Prova x 0,7 + Nota dos exercícios x 0,3 + exercícios extras

Prova Substitutiva (Substitui a menor nota)

